Pendule balistique

THÈME

1. Introduction
2. Quand le système oscillant est un pendule – Théorie
3. Expérience du pendule balistique
4. Résultats

LISTE DU MATÉRIEL

1 Plateforme avec système de lancement
1 Pendule
1 Vis pivot
1 Point d'appui en forme de T
2 Sphères en acier de 14mm de diamètre
1 Mètre
1 Clé Allen n°4
2 Vis M5 à tête creuse

Matériaux non fournis nécessaires :
1 chronomètre (voir sur notre site www.conatex.fr sous « chronomètre »)
1 balance électronique (voir sur notre site www.conatex.fr sous « balance »)

Attention : règles de sécurité

Le système de lancement doit être utilisé avec beaucoup de précautions. Une mauvaise utilisation de ce dispositif peut amener à causer des blessures à son ou ses utilisateurs. Pour cette raison, veuillez suivre les instructions suivantes :
- assurez-vous que personne ne se trouve sur la trajectoire de lancement
- ne regardez pas à l'intérieur du canon de lancement pour observer le projectile
- portez des lunettes de protection durant l'expérience
- le système de lancement est toujours stocké sans projectile dans le canon et avec son ressort déchargez.
- pour vérifier la position de la balle, utilisez l'extracteur spécifique prévu à cet effet.

ASSEMBLAGE

Le pilier qui supporte le pendule doit être fixé à la base en utilisant les deux vis fournies et la clé Allen. Ensuite, assurez-vous que le système de lancement et le pendule soient correctement alignés.
Réalisez les expériences en utilisant le système de lancement sur la position de puissance minimale. La projectile peut être retiré en utilisant la vis pivot spécifique dans le trou arrière du corps du pendule.

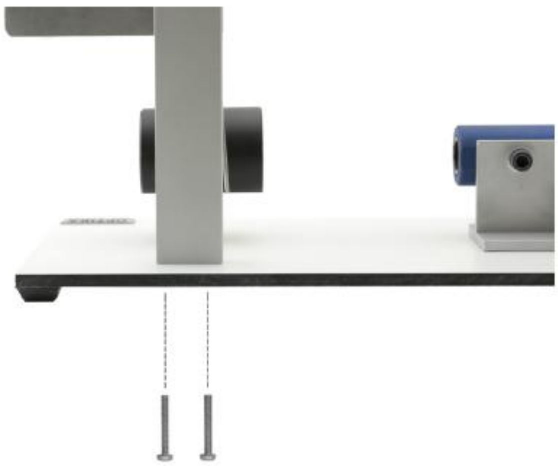


Figure 1

ASTUCES

- Réalisez les expériences sur une surface plate et stable.
- Chargez le système de lancement sur la position désirée et insérez soigneusement le projectile.
- Utilisez la vis de pivot spécifique pour vous assurer que le projectile est bien en contact avec le point le plus profond du barillet du canon.

- Réglez la pression agissant sur le support de l’indicateur d’angle en remuant doucement le cylindre de PVC indiqué par la flèche sur la Figure 1.
- Assurez-vous que l’indicateur d’angle n’oppose pas une grande résistance à la rotation du pendule et qu’il reste dans la position dans laquelle vous l’avez mis.

1. Introduction

Le pendule balistique permet d’évaluer la vitesse de lancement d’un projectile grâce à la loi du moment cinétique ou moment angulaire. Ce dispositif est équipé d’un système de lancement qui projette des sphères de métal, et d’une pendule qui mesure la vitesse. Ce pendule est composé d’un bloc de PVC suspendu par une tige en aluminium qui lui permet de tourner autour d’un axe. Une fois lancé, le projectile pénètre dans le trou conique du pendule et reste coincé dedans. Après cette collision, les deux corps se déplacent à la même vitesse pendant que l’échelle graduée indique la rotation maximale du système « pendule + projectile ».
Si la collision n’est pas élastique et que sa durée est très inférieure à la période d’oscillation du système, le bloc reste immobile pendant tout la durée de la collision.

2. Quand le système oscillant est un pendule – Théorie

L’utilisation d’un simple pendule pour installer un pendule balistique implique une série de difficultés pratiques qui peuvent être évitées en utilisant une pendule « physique » comme celle fourni avec ce dispositif.

Il est plus pratique de diviser le discours théorique en deux étapes : avant et après la collision.

Première étape : avant la collision
Comme la collision entre le projectile et le pendule est inélastique, l'énergie cinétique n'est pas conservée.
Par conséquent, seule la loi du moment angulaire peut être appliquée à ce phénomène.

Moment angulaire
Moment angulaire du projectile par rapport au centre de rotation du pendule O :

$$\mathbf{\Lambda_1 = mvL}$$

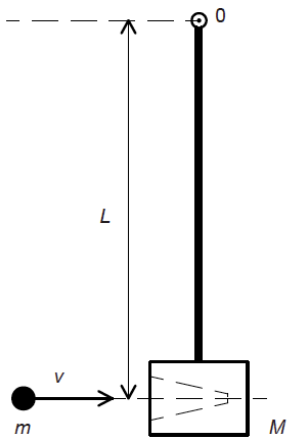
Moment angulaire du pendule avant collision :

$$\mathbf{\Lambda_2 = 0}$$

Système du moment angulaire avant collision :

$$\mathbf{\Lambda_i = \Lambda_1 + \Lambda_2 = mvL}$$

où **m** est la masse du projectile, **v** sa vitesse et **Λ** la distance entre la direction **x** du mouvement du projectile et le centre de rotation du pendule.

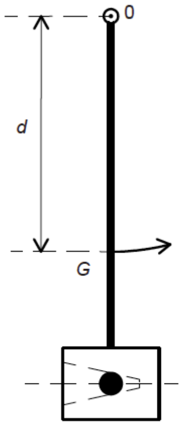


Seconde étape : après la collision
Quand le projectile entre dansd le trou du pendule, il le met en mouvement. Par conséquent, la vitesse initiale du pendule n'est pas la même vitesse que le projectile avait avant la collision.

Moment angulaire
Moment angulaire du pendule + système de lancement après la collision :

$$\mathbf{\Lambda_f = I_t\ \omega}$$

où $\mathbf{I_t}$ est le moment d'inertie totale du système tandis que $\boldsymbol{\omega}$ est sa vitesse angulaire.



Selon la loi de conservation de mouvement angulaire,

$$\Lambda_i = \Lambda_f.$$

Ce qui est,

$$mvL = I_t\, \omega^2 \qquad (1)$$

ÉNERGIE

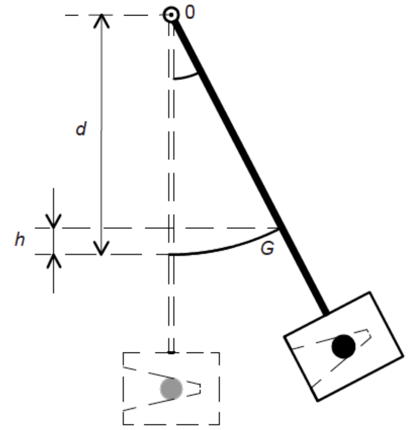
L'énergie cinétique du pendule et du système de lancement après la collision est l'énergie de rotation :

$$Kf = \frac{1}{2} I_t\, \omega^2$$

Dès que le pendule se met à osciller, son barycentre **G** se déplace vers le haut et atteint la hauteur maximale après un quart de période.
Son énergie cinétique initiale est transformée en énergie potentielle gravitationnelle **U**.
En correspondance avec l'allongement maximal $K_f = U$.
Ce qui donne :

$$\frac{1}{2} I_t\, \omega^2 = (M + m)\, gh \qquad (2)$$

où **g** est l'accélération gravitationnelle, **M** la masse du pendule et **h** le déplacement de son centre de masse en correspondance avec l'allongement maximum.



CONCLUSIONS

En supprimant **ω** de la comparaison des relations (1) et (2), on obtient :

$$\frac{m^2 v^2 L^2}{I_t} = \frac{2 (M + m) gh}{I_t^2}$$

à partir duquel,

$$v = \frac{1}{mL} \sqrt{2 (M + m) ghI_t} \qquad (3)$$

Dans cette dernière relation il y a deux inconnues, **h** et **I_t**. la première peut être déterminée si l'allongement maximum de l'angle **θ** est connu (Figure 2) avec la formule suivante :

$$h = d - d \cos\theta = d(1 - \cos\theta) \qquad (4)$$

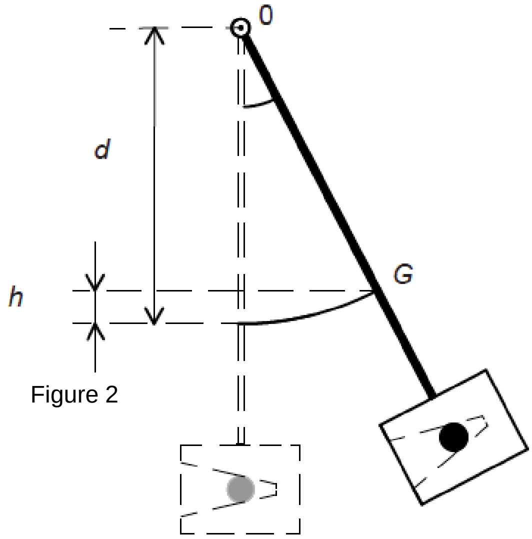


Figure 2

où **d** est la distance entre le barycentre **G** du pendule et son centre d'oscillation **O.**

Lea seconde inconnue peut être obtenue en observant que la période d'oscilaltion du pendule, y compris la sphère, est :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_t}{(M + m) gd}}$$

par conséquent :

$$I_t = \frac{(M+m)\, g\, d\, T^2}{4\,\pi^2} \qquad (5)$$

En substituant les relations (4) et (5) de la relation (3), on obtient :

$$v = \frac{(M+m)\, gdT}{2\pi mL} \sqrt{2\,(1 - \cos\theta)} \qquad (6)$$

OBSERVATION

Si l'amplitude de l'angle **θ** n'excède pas 25°, il est possible de démontrer que la valeur du radical de la formule (6) est égal, jusqu'au centième, à la mesure de **θ** en radians. ce qui donne :

$$v = \frac{(M+m)\, gdT}{2\pi mL}\, \theta^r \qquad (7)$$

3. Expérience du pendule balistique

Matériel : 1 mètre, 1 point d'appui en forme de T, 1 échelle, 1 chronomètre

Opération 1 : Dévissez la molette qui bloque le pendule (Figure 3). Ne perdez pas les deux rondelles en nylon et retirez le pendule de son pivot.
Opération 2 : Mesurer à l'aide du mètre, la distance minimale **L** entre le centre d'oscillation **O** et l'axe **x** le long duquel le projectil est tiré (Figure 4).
Opération 3 : Utilisez la balance pour mesurer la masse **M** du pendule et la masse **m** de la sphère en acier.
Positionnez le pendule et le système de lancement sur le point d'appui en forme de T de telle sorte qu'il soit en équilibre, comme sur la Figure 5.
Mesurez la distance d entre le centre d'oscillation **O** et le centre de gravité **G** du pendule.


Figure 3

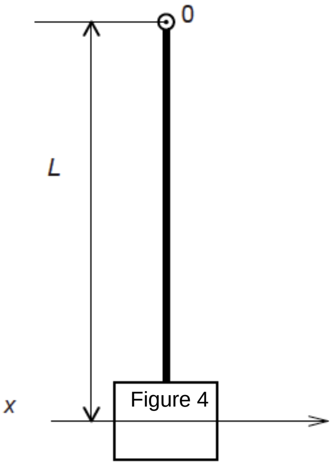


Figure 4

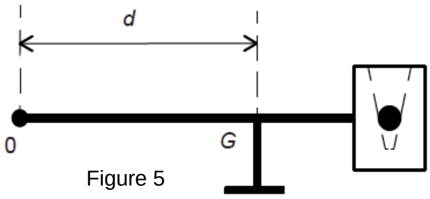
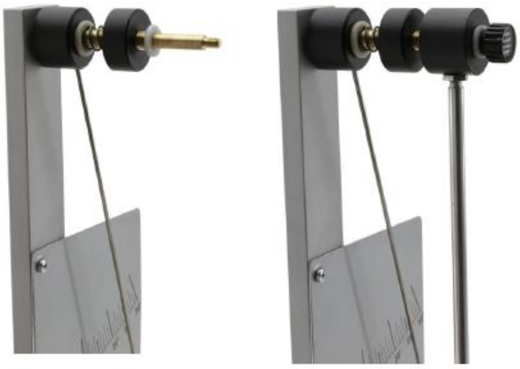


Figure 5



Opération 4 : Insérez sur l'axe de pivot une rondelle plate en nylon, le pendule puis l'autre rondelle plate. Revissez la molette comme sur les figures ci-dessous en ajustant la position de telle sorte que le pendule soit libre d'osciller. Insérez la sphère dans le trou horizontale du pendule et poussez léger le pendule pour le faire osciller. Avec le chronomètre, déterminez le temps t durant lequel le pendule décrit des oscillations complètes. La période est :

$$T = \frac{t}{10}$$

Opération 5 : Pour déterminer l'angle **θ**, chargez le ressort du système de lancement. Ajustez le cylindre en PVC qui maintient la tension dans l'indicateur d'angle : il doit se déplacer avec un minimum de friction seulement lorsqu'il percute le pendule.
Après avoir placé l'indicateur d'angle à zéro, lancez le projectile. L'indice va indiquer l'angle d'allongement maximal.

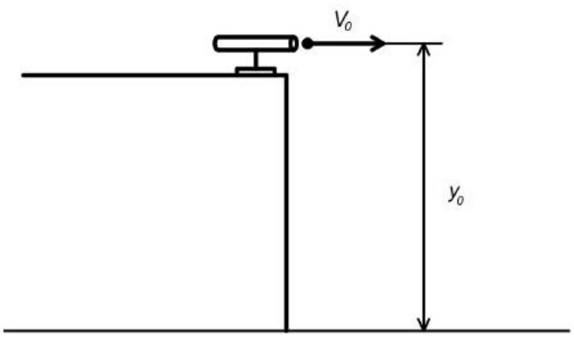
Une fois que les valeurs des grandeurs **M**, **m**, **L**, **d** et **T** sont connues, utilisez la formule (6) ou (7) pour mesurer la vitesse **v** du projectile. Vous pouvez réaliser l'expérience avec différentes vitesses de lancement. Pour chaque valeur de vitesse choisie, il est recommandé de laisser l'indicateur d'angle dans la position qu'il a atteint et de répéter à nouveau l'expérience. D'une certaine manière, le second essai n'est pas affecté par le frottement engendré par ce dernier.

4. Résultats

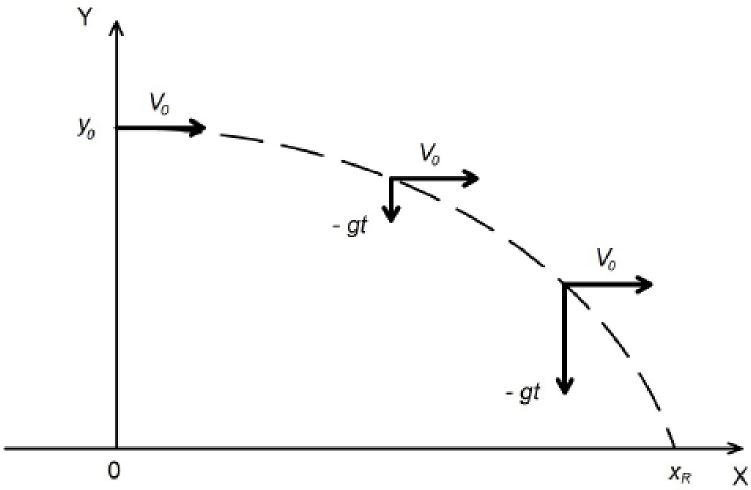
Matériel : 1 mètre, 1 feuille de papier blanche, 1 feuille de papier carbone

Vérifions les résultats obtenus dans l’expérience précédente.

Opération 1 : dévissez les deux molettes qui fixent le système de lancement à la plateforme. Effectuer une rotation de 180° du système de lancement et le fixer à la plateforme puis mettre le dispositif sur le bord d’une table. Mesurez avec la règle la distance $\mathbf{y_0}$ entre le sol et le centre du canon du système de lancement.



Opération 2 : chargez le ressort en correspondance avec la première position, puis lancez la sphère. Identifier la zone du sol où la sphère tombe et répéter l’expérience en positionnant dans cette zone une feuille de papier blanche avec une feuille de papier carbone par dessus. Ainsi, vous serez en mesure d’évaluer le lancer $\mathbf{x_R}$.



Le mouvement du projectile est le résultat de la superposition de deux mouvements :
- un mouvement horizontal à vitesse constante $\mathbf{v_x = v_0}$
- un mouvement verticale avec une accélération constante **– g**, par conséquent le résultat de la vitesse est $\mathbf{v_y = - g\ t.}$

L'équation de mouvement le long des deux axes est :

$$x = v_0 t \qquad\qquad y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

Le temps $\mathbf{t_R}$ que le projectile prend pour toucher le sol (y = 0) peut être calculé en utilisant une seconde équation :

$$t_R = \sqrt{\frac{2 y_0}{g}}$$

par conséquent le lancer est :

$$x_R = v_0 \sqrt{\frac{2 y_0}{g}}$$

et la vitesse de lancement est :

$$v_0 = x_R \sqrt{\frac{g}{2 y_0}}$$

Répétez l'expérience en utilisant chaque position de lancement pour évaluer 5 vitesses de lancement différentes et comparez-les à celle que vous obtenez avec le pendule balistique.